

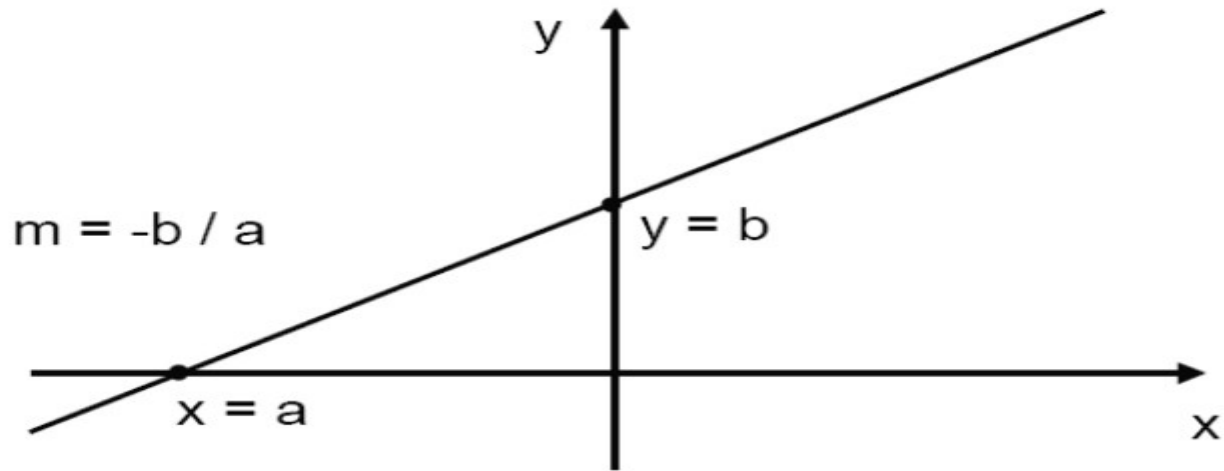
Modelagem de Formas Geométricas

Representação de Retas e Curvas

- Forma explícita

$$y = f(x)$$

$$y = mx + b$$

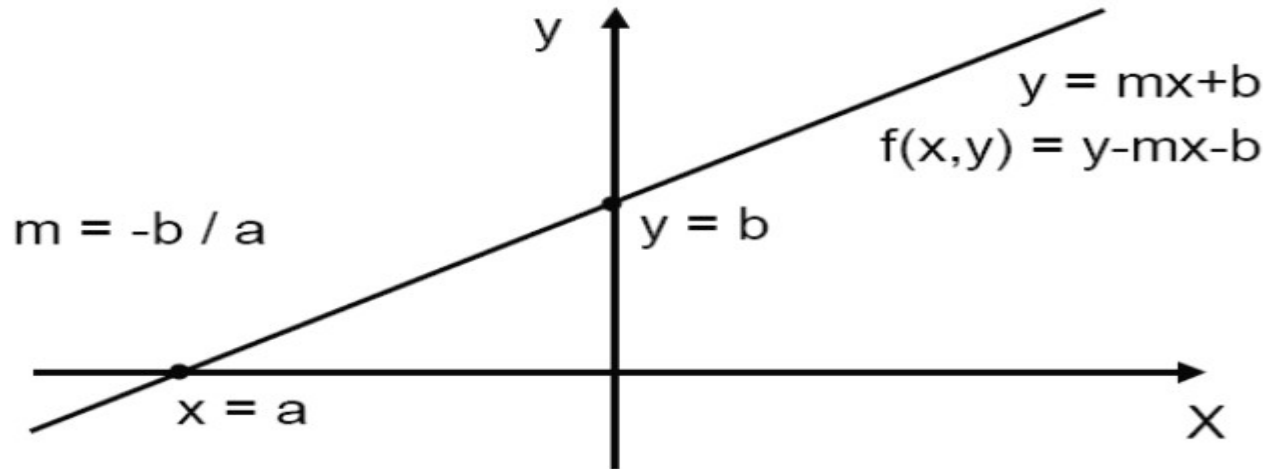


Representação de Retas e Curvas

- Forma implícita

$$f(x, y) = 0$$

$$y - mx - b = 0$$

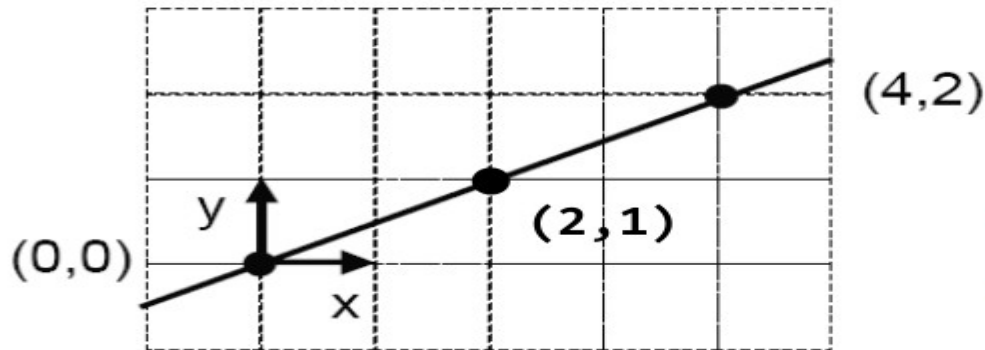


Representação de Retas e Curvas

- Forma implícita

$$f(x, y) = 0$$

$$(y_0 - y_1)x + (x_1 - x_0)y + x_0y_1 - x_1y_0 = 0$$
$$-\underline{2}x + \underline{4}y + \underline{0} = 0$$



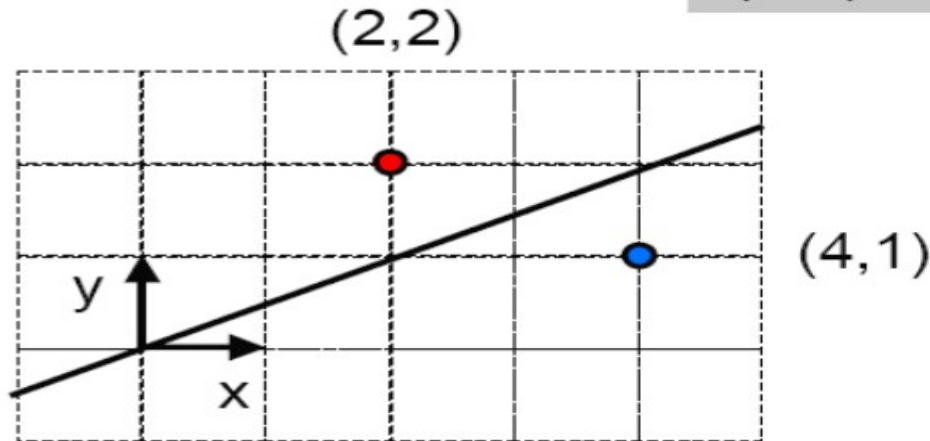
$$Ax + By + C = 0$$

Representação de Retas e Curvas

- Vantagem da forma implícita
 - Possível determinar se um ponto esta acima/abaixo

$$f(2,2) = +4 \quad (+ = \text{above})$$

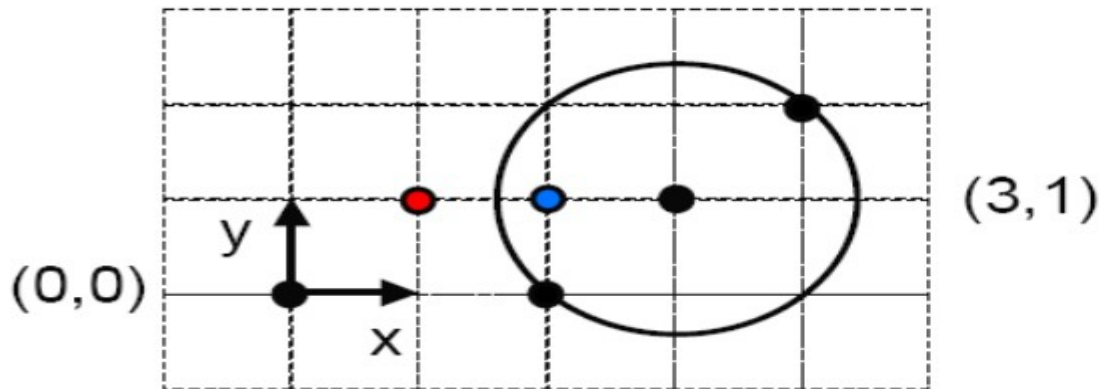
$$f(4,1) = -4 \quad (- = \text{below})$$



Representação de Retas e Curvas

- Vantagem da forma implícita
 - Possível determinar se um ponto esta dentro/fora

$$f(x, y) = (x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 - r^2$$



$$(x_c, y_c) = (3, 1)$$

$$r = \sqrt{2}$$

$$f(2, 0) = 1 + 1 - 2 = 0$$

$$f(4, 2) = 1 + 1 - 2 = 0$$

$$f(1, 1) = 4 + 0 - 2 = 2$$

$$f(2, 1) = 1 + 0 - 2 = -1$$

Representação de Retas e Curvas

- Forma paramétrica
 - Governada por um único parâmetro, t

$$\begin{aligned}x &= g(t) \\ y &= h(t)\end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g(t) \\ h(t) \end{bmatrix}$$

- Forma paramétrica do Círculo
 - Ângulo com o eixo x

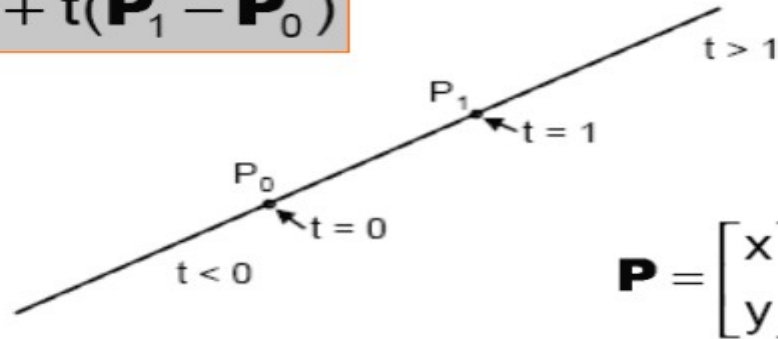
$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \end{bmatrix}$$

Representação de Retas e Curvas

- Forma paramétrica da reta

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_0 + t(x_1 - x_0) \\ y_0 + t(y_1 - y_0) \end{bmatrix}$$

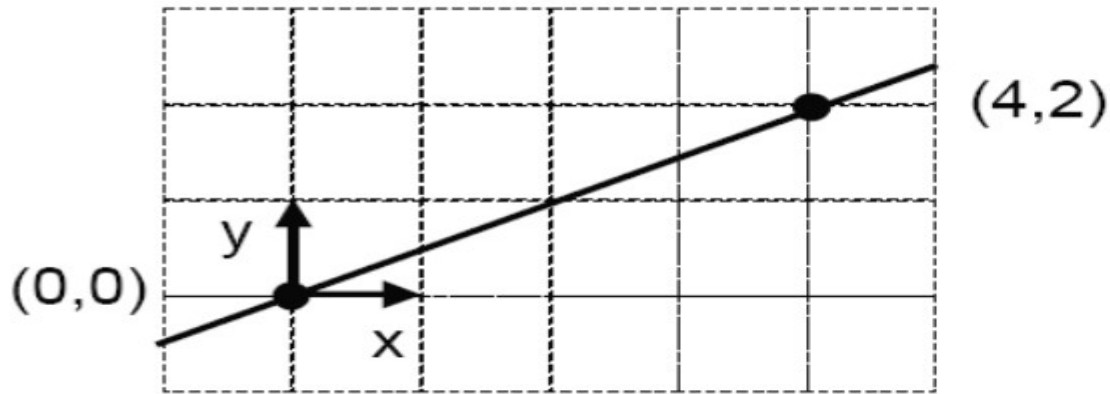
$$\mathbf{P}(t) = \mathbf{P}_0 + t(\mathbf{P}_1 - \mathbf{P}_0)$$



Representação de Retas e Curvas

- Pontos da reta para valores de t

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} + t \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$$



$$\mathbf{P}(t = 0) = \begin{bmatrix} \underline{0} \\ \underline{0} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P}(t = 1) = \begin{bmatrix} \underline{4} \\ \underline{2} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{P}(t = 0.5) = \begin{bmatrix} \underline{2} \\ \underline{1} \end{bmatrix}$$

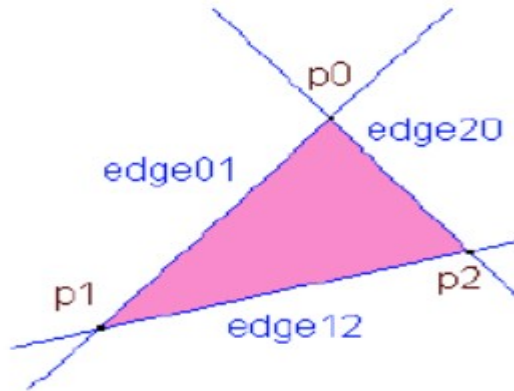
$$\mathbf{P}(t = -0.25) = \begin{bmatrix} \underline{-1} \\ \underline{-\frac{1}{2}} \end{bmatrix}$$

Comparação

- Forma explícita: $y = f(x)$
 - Não permite representar linhas verticais
- Forma implícita: $f(x,y) = 0$
 - Fácil testar se um ponto está na curva
- Forma paramétrica
 - Permite desenhar todo tipo de curvas
 - Fácil gerar pontos sobre a curva

Triângulos

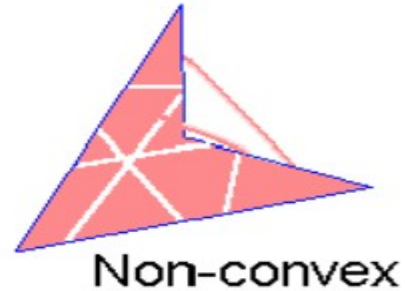
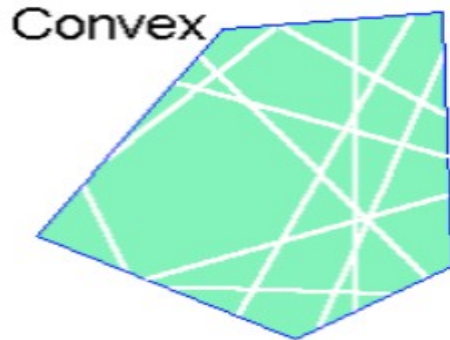
- Polígonos mais simples
 - 3 vértices definem sempre um plano



$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} x_3 \\ y_3 \end{bmatrix}$$

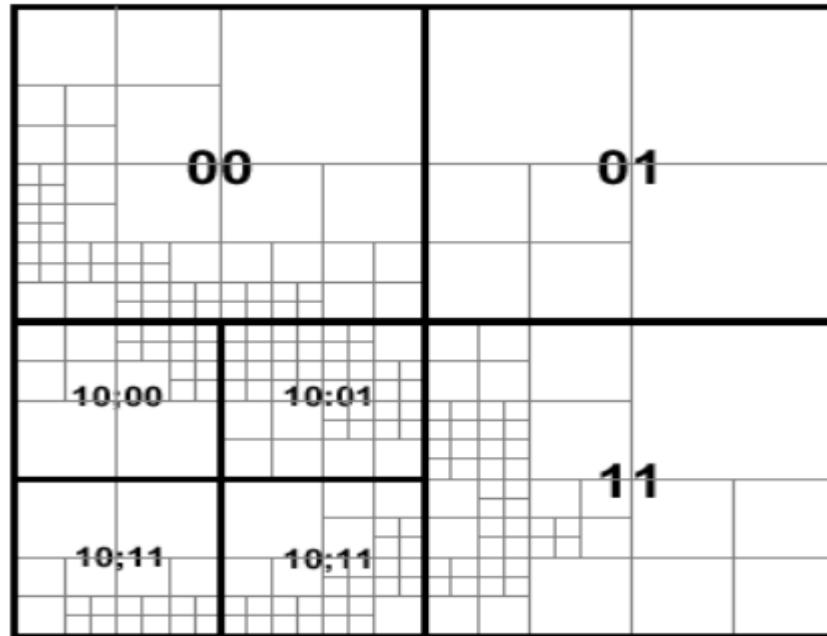
Triângulos

- Sempre convexo
 - Qualquer segmento de reta ligando 2 pontos na fronteira, está contido no conjunto (ou na fronteira)



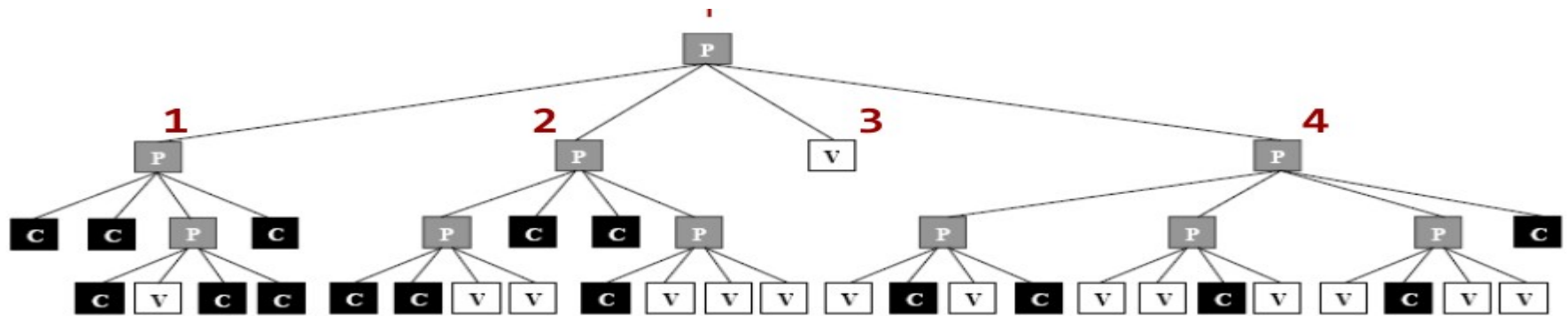
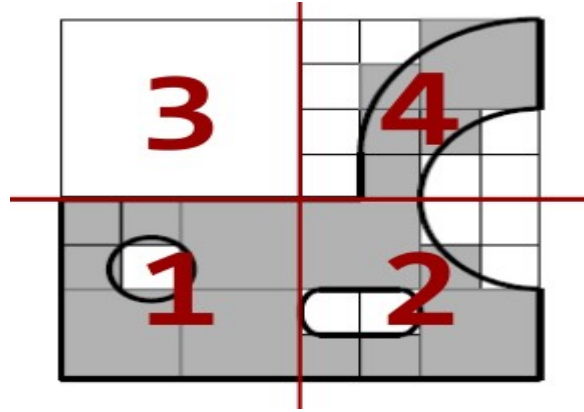
Quadrees

- Estrutura de dados em árvore, contendo até 4 filhos por nó



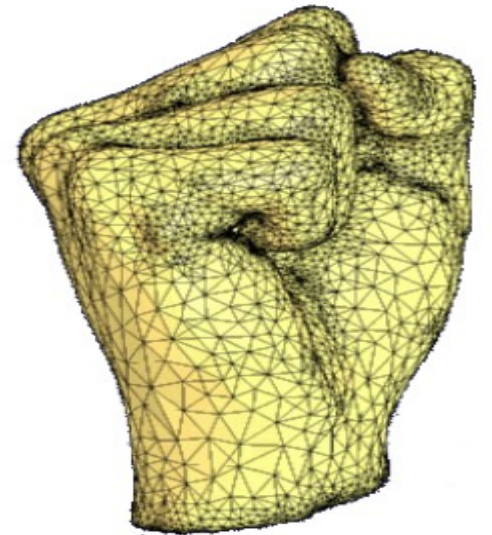
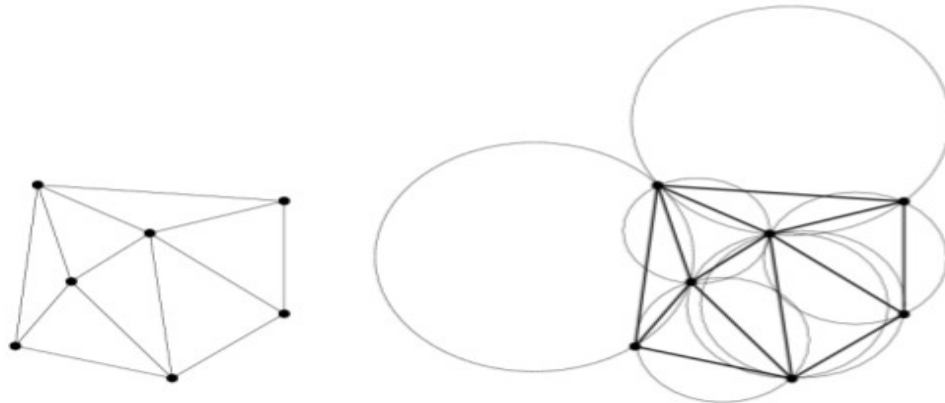
Quadtrees

- Exemplo



Modelagem 3D

- Malha (Mesh)
 - Divisão de um objeto geométrico em polígonos
 - Simplex → Triângulos (triangulação)
 - Triangulações de Delaunay
 - Circunferência de um triângulo não tem vértices de nenhum outro triângulo



Modelagem 3D

- Estrutura de dados

- Lista única de vértices

$$V = (V1 (x1, y1, z1), V2(x2, y2, z2) \dots)$$

- Lista de faces

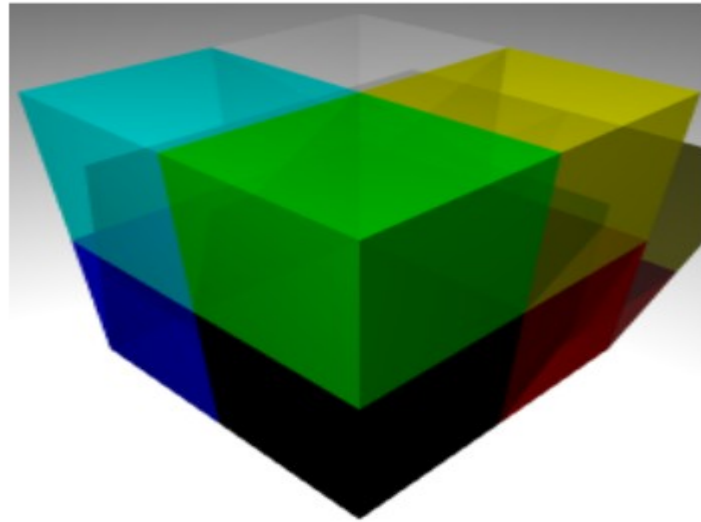
$$P1 = (V1, V2, V3, V4)$$

- ou: lista de Arestas

$$E1 = (V1, V2) \quad P1 = (E1, E2, E3, E4)$$

Octrees

- Estrutura de dados em árvore, contendo 8 filhos por nó



Modelação de sólidos (CSG)

- Constructive Solid Geometry
 - Operações binárias entre sólidos
 - União, Intersecção, Subtração
- Exemplo:

